Компонент ОПОП 09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Направленность (профиль) Технологии разработки веб-приложений
Б1.О.17.03

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Дисциплины **Численные методы**

Разработчик (и):
Беляев Владимир Яковлевич, доцент кафедры высшей математики и физики
канд. ф.-м. наук, доцент

Утверждено на заседании кафедры
Информационных технологий
протокол № 6 от 22.03.2024

Заведующий кафедрой ВМиФ

_______ В.В. Левитес

1. Критерии и средства оценивания компетенций и индикаторов их достижения, формируемых дисциплиной (модулем)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора(ов) достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)			Оценочные средства текущего контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации
		Знать	*Уметь*	*Владеть*		
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-$1_{опк-1}$ Способен применять знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования ИД-$2_{опк-1}$ Способен решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования ИД-$3_{опк-1}$ Способен применять методы теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	– основными понятиями курса «численные методы»; – современными направлениями развития численных методов и их приложения; – литературу по численным методам (учебники и сборники задач, книги и т.д.).	– разрабатывать алгоритмы применяемого метода решения; – реализовать численные алгоритмы программно с помощью инструментальных средств и прикладных программ; – анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычислений.	– основными численными методами, применением их для доказательства теорем и решения задач	- комплект заданий для выполнения лабораторных работ; - тестовые задания;	Результаты текущего контроля

2. Оценка уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)

Показатели оценивания компетенций (индикаторов их достижения)	Шкала и критерии оценки уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)			
	Ниже порогового *(«неудовлетворительно»)*	**Пороговый** *(«удовлетворительно»)*	**Продвинутый** *(«хорошо»)*	**Высокий** *(«отлично»)*
Полнота знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущены не грубые ошибки.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки.

			Допущены некоторые погрешности.	
Наличие умений	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Выполнены типовые задания с не грубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме (отсутствуют пояснения, неполные выводы)	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные задания с некоторыми погрешностями. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Задания выполнены в полном объеме без недочетов.
Наличие навыков (владение опытом)	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для выполнения стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при выполнении стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенции фактически не сформированы. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. ИЛИ Зачетное количество баллов не набрано согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков достаточно для решения стандартных профессиональных задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных, в том числе нестандартных, профессиональных задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону

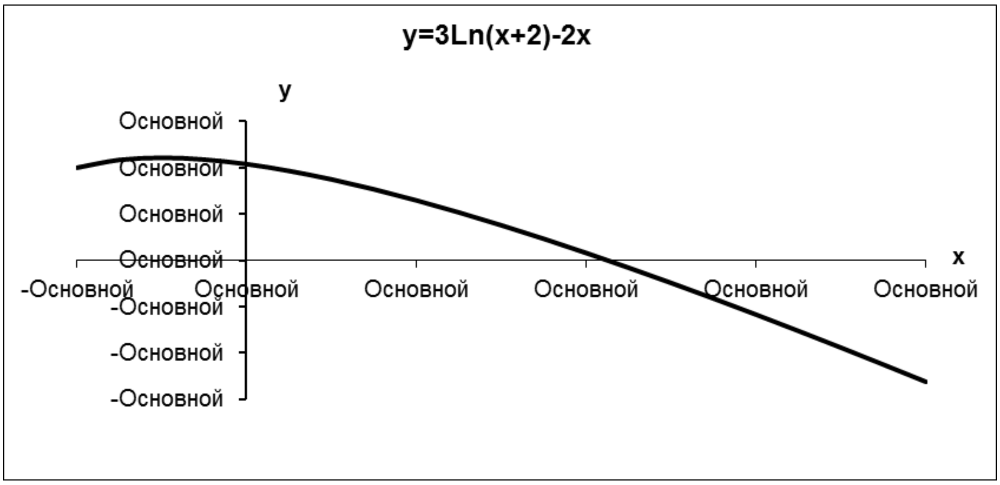
3. Критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля

Типовое задание/ Образец выполнения лабораторной работы № 1
(Решение нелинейных уравнений. Метод половинного деления.)

Постановка задачи. Найти корень нелинейного уравнения $F(x) \equiv 3 \cdot \ln(x+2) - 2 \cdot x = 0$ методом итерации с точностью $\varepsilon = 0{,}0001$.

Решение задачи. Отделим корень уравнения на отрезке $[-1;\,4]$ графическим методом. Для этого табулируем функцию $y(x) = 3 \cdot \ln(x+2) - 2x$ на данном отрезке.

Имеем $\varepsilon = 0{,}0001$, $a = -1$, $b = 4$, $n = 20$, $h = 0{,}25$



Выделим отрезок $[1;3]$, содержащий изолированный корень, для уточнения которого применим метод половинного деления по схеме $\tilde{\xi} = \dfrac{a_n + b_n}{2}$, $\Delta_{\tilde{\xi}} = \dfrac{b_n - a_n}{2}$, $n = 0,1,2,\dots$, где $b_n - a_n = \dfrac{b_{n-1} - a_{n-1}}{2} = \dfrac{b-a}{2^n}$, $F(a_n) \cdot F(b_n) < 0$. Полагая $a_0 = 1$, $b_0 = 3$, а так же условие остановки деления отрезка пополам $\Delta_{\tilde{\xi}} = \dfrac{b_n - a_n}{2} \le \varepsilon$, составим таблицу

a_i	b_i	$\dfrac{b_i + a_i}{2}$	$F(a_i)$	$F(b_i)$	$F\left(\dfrac{b_i + a_i}{2}\right)$	корень	погрешность	Усл.ост.
1,00000000	3,00000000	2,00000000	1,29583687	-1,17168626	0,15888308		1,00000000	нет
2,00000000	3,00000000	2,50000000	0,15888308	-1,17168626	-0,48776781		0,50000000	нет
2,00000000	2,50000000	2,25000000	0,15888308	-0,48776781	-0,15924305		0,25000000	нет
2,00000000	2,25000000	2,12500000	0,15888308	-0,15924305	0,00119806		0,12500000	нет
2,12500000	2,25000000	2,18750000	0,00119806	-0,15924305	-0,07868831		0,06250000	нет
2,12500000	2,18750000	2,15625000	0,00119806	-0,07868831	-0,03866032		0,03125000	нет
2,12500000	2,15625000	2,14062500	0,00119806	-0,03866032	-0,01870977		0,01562500	нет
2,12500000	2,14062500	2,13281250	0,00119806	-0,01870977	-0,00875050		0,00781250	нет
2,12500000	2,13281250	2,12890625	0,00119806	-0,00875050	-0,00377488		0,00390625	нет
2,12500000	2,12890625	2,12695313	0,00119806	-0,00377488	-0,00128807		0,00195313	нет
2,12500000	2,12695313	2,12597656	0,00119806	-0,00128807	-0,00004492		0,00097656	нет
2,12500000	2,12597656	2,12548828	0,00119806	-0,00004492	0,00057659		0,00048828	нет

a_i	b_i	$\frac{b_i + a_i}{2}$	$F(a_i)$	$F(b_i)$	$F\left(\frac{b_i + a_i}{2}\right)$	корень	погрешность	Усл.ост.
2,12548828	2,12597656	2,12573242	0,00057659	-0,00004492	0,00026584		0,00024414	нет
2,12573242	2,12597656	2,12585449	0,00026584	-0,00004492	0,00011046		0,00012207	нет
2,12585449	2,12597656	2,12591553	0,00011046	-0,00004492	0,00003277	2,12591553	0,00006104	да
2,12591553	2,12597656	2,12594604	0,00003277	-0,00004492	-0,00000608	2,12594604	0,00003052	да
2,12591553	2,12594604	2,12593079	0,00003277	-0,00000608	0,00001335	2,12593079	0,00001526	да

Приближенное решение $\tilde{\xi} = x_{14} = 2{,}12591553$, погрешность $\Delta_{\tilde{\xi}} = 0{,}00006104$, число итераций $k = 14$.

Следовательно, приближенное значение корня равно $\tilde{\xi} = 2{,}12591553 \pm 0{,}00006104$.
Запишем приближенное значение корня только верными значащими цифрами в узком смысле.

Имеем $\Delta_{\tilde{\xi}} = 0{,}00006104 \le \frac{1}{2}10^{-3} = \frac{1}{2}10^{m-n+1}$, $m = 0$, $n = 4$. Округлим $\tilde{\xi} = 2{,}12591553$ до $n = 4$.

Получим $\tilde{\xi}_1 = 2{,}126$, $\Delta_{окр} = \left|\tilde{\xi} - \tilde{\xi}_1\right| \le 0{,}000085$, $\Delta_{\tilde{\xi}_1} = \Delta_{окр} + \Delta_{\tilde{\xi}_1} \le 0{,}000147$.

Найдем число верных знаков для $\tilde{\xi}_1 = 2{,}126$. Имеем $\Delta_{\tilde{\xi}_1} = 0{,}000147 \le \frac{1}{2}10^{-3} = \frac{1}{2}10^{m-n_1+1}$, $m = 0$, $n_1 = 4$. Так как $n_1 = n$, то получим приближенное значение корня с числом верных знаков $n_1 = 4$.

Ответ: $\tilde{\xi} = 2{,}126 \pm 0{,}000147;\ k = 14.$

Вопросы к зачету:

1. Абсолютная погрешность. Относительная погрешность. Погрешности суммы, произведения, отношения.
2. Решение нелинейных уравнений методом деления отрезка пополам.
3. Решение нелинейных уравнений методом касательных Ньютона.
4. Решение нелинейных уравнений методом хорд и касательных.
5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, Гаусса-Жордана с выбором главного элемента.
6. Матрицы вращения. Решение систем линейных уравнений методом вращений.
7. Норма матрицы и решение систем линейных уравнений методом простой итерации.
8. Решение систем линейных уравнений методом наискорейшего спуска.
9. Решение систем линейных уравнений градиентный методом.
10. Метод наименьших квадратов. Постановка задачи. Решение с помощью 1-й трансформации Гауса.
11. Понятие собственного числа и собственного вектора квадратной матрицы. Нахождение собственного числа положительной матрицы.
12. Понятие собственного числа и собственного вектора квадратной матрицы. Метод Якоби вычисления собственных чисел симметрических матриц.
13. Обусловленность матрицы относительно нормы. Вычисление числа обусловленности отностиельно Евклидовой нормы.
14. Понятие собственного числа и собственного вектора квадратной матрицы. QR-алгоритм и метод Гивенса отыскания собственных чисел матриц.
15. Отыскание минимума унимодальной функции методом половинного деления.
16. Отыскание минимума унимодальной функции методом золотого сечения.

17. Метод сопряженных направлений для решения задачи многомерной безусловной оптимизации.

18. Формула трапеций и формула Симпсона для вычисления определенных интегралов. Их ассимптотическая точность.

19. Правило Рунге оценки точности при вычислении определенных интегралов.

20. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и ее численное решение с помощью метода Эйлера

21. Представление о решении задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.

22. Представление о решении задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса.